Prova 1: Cálculo I - UFF

Professor: Wodson Mendson

14/11/2024

Boa prova!!!

Nome:

Valor: 10 pontos **Nota:**

Observação: procure justificar ao máximo sua resposta e de modo legível. Tenha uma boa prova!!!

Questão 1. *(2 pontos) Encontre os seguintes limites:*

1.
$$\lim_{x\to 5} \frac{\text{sen}(x-5)}{x^2-12x+35}$$

2.
$$\lim_{x\to 3} \frac{x^2-x-6}{(x-3)(x^2+4x-12)}$$

3.
$$\lim_{x\to 0} \frac{-1+\cos(10x)}{2x}$$

4.
$$\lim_{x\to -3} \frac{x^2+2x+1}{x-2}$$

Questão 2. *(2 pontos) Essa questão é referente ao estudo de assintotas verticas/horizontais.*

1. *Defina o que são as assintotas vertias e horizontais de uma função g.*

2. *Dê o domínio e encontre as assíntotas das função abaixo. Se não existir dê o motivo.*

$$f(x) = \frac{x^2+1}{x^2+x-2}$$

Questão 3. *(3 pontos) Responda as questões abaixo.*

1. *Determine os valores de* a *e* b *de modo que a função abaixo seja derivável em toda parte.*

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 2 \\ ax + b & x > 2 \end{cases}$$

2. *Calcule o valor do parâmetro* α *para que a reta* $y = -x + 1$ *seja tangente ao gráfico da função* $f(x) = x^2 + 3x + \alpha$*. Em seguida, faça o esboço de* f *e da reta.*

3. *Mostre que função* $f(x) = x^3 - 3x + 1$ *tem ao menos uma raiz no intervalo* $(1, 2)$.

Questão 4. *(2 pontos)*

1. *Usando as técnicas de derivação compute a derivada das funções abaixo:*

   a)
$$f(x) = \cos(x^2)\ln(x)$$

   b)
$$g(x) = \operatorname{sen}(x)e^{x^2} + x^3 + 2^x$$

2. *Determine, usando a definição de derivada, a derivada da função* $f(x) = x^2 + x + 1$.

Questão 5. *(1 ponto) Analise as afirmações a seguir. Identifique se são verdadeiras ou falsas e justifique.*

1. *Toda função contínua num ponto é derivável nesse ponto.*

2. *A derivada de função* f *num ponto* a *denota o coeficiente angular da reta tangente ao gráfico da função no ponto* $(a, f(a))$.

3. *A função* $f(x) = |x - 2|$ *é derivável em* $x = 2$*;*

4. *Se as funções* $f(x)$ *e* $g(x)$ *são contínuas no ponto* $a = 1$ *então* $f(g(x))$ *é derivável em* $a = 1$.

Questão 6. ***(Bonus: 2 pontos)*** *Sejam* $f\colon I \longrightarrow \mathbb{R}$ *e* $g\colon J \longrightarrow \mathbb{R}$ *duas funções definidas nos intervalos* I *e* J *contendo* a*. Suponha que* $f(a) = g(a) = 0$ *e que as derivadas* $f'(a)$ *e* $g'(a)$ *existam com* $g'(a) \neq 0$.

1. *Demonstre que*

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(a)}{g'(a)}$$

2. *Use o item anterior para calcular os limites:*

$$\lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen}(x)}{x} \qquad \lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x} \qquad \lim_{x \to 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 3x - 4}$$