

Cálculo I

Lista: limites

Exercício 1. Resolva as inequações

1. $|x + 27| \geq 0$

3. $|2x + 3| > 0$

2. $|x^2 - 1| < 1$

4. $x > 2|x - 2|$

Exercício 2. Faça um esboço no plano cartesiano da reta descrita pelas equações abaixo:

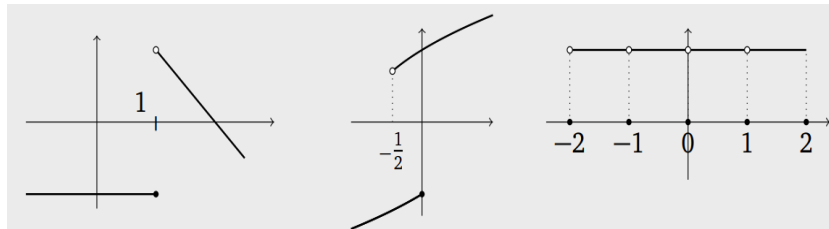
• $x = 4$

• $y = 2x - 3$

• $y = -1$

• $x + 2y = 0$

Exercício 3. Determine quais curvas abaixo são (ou não são) gráficos de funções. Quando for um gráfico, dê a função associada.



Exercício 4. Calcule o conjunto imagem das seguintes funções. Aqui, D denota o domínio da função.

1. $f(x) = -2x + 1 \quad D = \mathbb{R}$

3. $f(x) = \text{sen}(x)/3 \quad D = \mathbb{R}$

2. $f(x) = -2x + 1 \quad D = (-1, 1)$

4. $f(x) = \text{sen}(x) \quad D = [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$

Exercício 5. Determine quais das funções f abaixo são pares ou ímpares (justificando a sua resposta). Quando não for nem par nem ímpar, dê um contra-exemplo.

• $f(x) = \frac{x^2}{\text{sen}(x)}$

• $f(x) = x + 1$

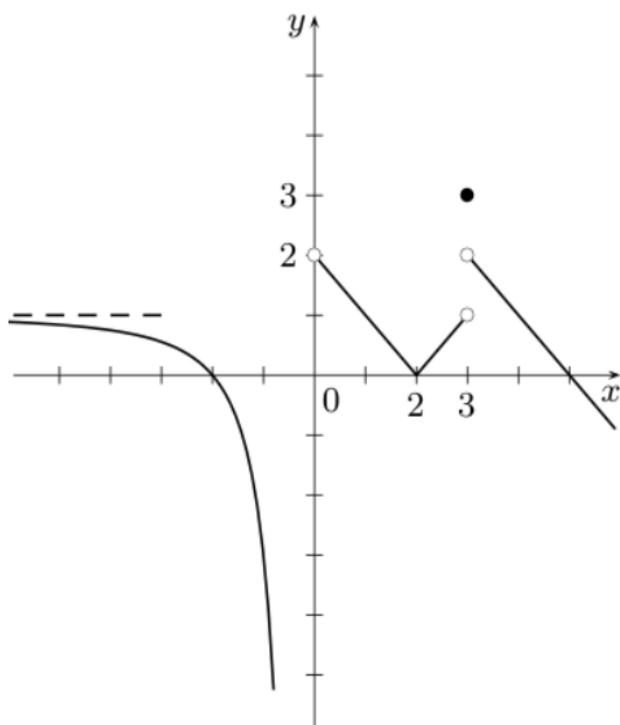
• $f(x) = x^l$ com l ímpar

• $f(x) = \text{sen}(\text{sen}(x))$

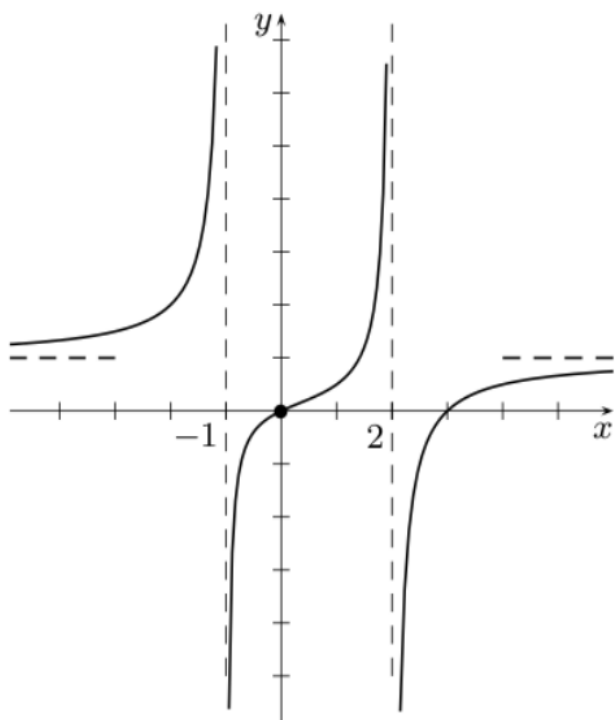
• $f(x) = \frac{x^2}{(x^4-1)}$

• $f(x) = \text{sen}(\cos(x))$

Exercício 6. Use o gráfico da função $f(x)$ para responder cada questão. Use $+\infty$, $-\infty$ ou **NÃO EXISTE** quando for o caso.



- (a) $f(0) =$
- (b) $f(2) =$
- (c) $f(3) =$
- (d) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) =$
- (e) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$
- (f) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) =$
- (g) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) =$
- (h) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$



- (a) $f(0) =$
- (b) $f(2) =$
- (c) $f(3) =$
- (d) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) =$
- (e) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$
- (f) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) =$
- (g) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) =$

Exercício 7. Determine cada limite. Use ∞ , $-\infty$ ou **NÃO EXISTE**, quando for o caso. Relembre que ∞ significa $+\infty$.

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 25}{x^2 - 4x - 5}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x^2 - 4x - 5}$

(c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{7x^2 - 4x - 3}{3x^2 - 4x + 1}$

(d) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^4 + 5x^3 + 6x^2}{x^2(x+1) - 4(x+1)}$

(e) $\lim_{x \rightarrow -3} |x+1| + \frac{3}{x}$

(f) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x^2 - 9}$

(g) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 + 7} - 3}{x + 3}$

(h) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 2x - 8}{\sqrt{x^2 + 5} - (x+1)}$

(i) $\lim_{y \rightarrow 5} \left(\frac{2y^2 + 2y + 4}{6y - 3} \right)^{1/3}$

(j) $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt[4]{2 \cos(x) - 5}$

(k) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{3+x} - \frac{1}{3-x}}{x}$

(l) $\lim_{x \rightarrow -6} \frac{\frac{2x+8}{x^2-12} - \frac{1}{x}}{x+6}$

(m) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 - 2} - \sqrt{x^2 + 1}$

(n) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x-2} - \sqrt{x}$

(o) $\lim_{x \rightarrow 7} \sqrt[5]{2x-14}$

(p) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \sqrt{3-3x}$

(q) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 - 10}{4x^3 + x}$

(r) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt[3]{\frac{x-3}{5-x}}$

(s) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + x^2 - 2}{x^2 + x - 2x^3 + 1}$

(t) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+5}{2x^2+1}$

(u) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \cos\left(\frac{x^5+1}{x^6+x^5+100}\right)$

(v) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x}{x^2-4}$

(w) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x}{x^2+2x+1}$

(x) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2-25}{x^2-4x-5}$

(y) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2-5}+2}{x-3}$

(z) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x + \sin(x)}{x^4}$

(A) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x-1} + e^{x^2}$

(B) $\lim_{x \rightarrow \infty} 2x^2 - 3x$

(C) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2-x}}{x}$

(D) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^x}{1 + \ln(x)}$

(E) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2+1} - 2x$

(F) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt{x}-1}$

Exercício 8. Encontre os limites:

1. $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x}-3}{x-9}$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x)-1}{x}$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(x)}{x}$

4. $\lim_{y \rightarrow 3} \frac{\operatorname{sen}(y-3)}{y^2+y-15}$

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}(\pi x)}{\operatorname{sen}(3x)}$

6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x)^2 - \cos(x)}{\cos(x)-1}$

7. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\operatorname{sen}(2x-4)}{5x-10}$

8. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\operatorname{sen}(x^2-1)}{x-1}$

9. $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}(5\theta)}{\theta \cos(\theta)}$

10. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\operatorname{sen}(2x-2)}{x-1}$

Exercício 9. Encontre o valor de a para que o seguinte limite exista. Em seguida, determine o valor do limite.

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 + ax - 20}{x - 5}$$

Exercício 10. Determine os valores de a e b para os quais o limite abaixo exista. Em seguida, determine o valor do limite.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x^2 + bx - 1}{x + 2} - ax \right)$$

Exercício 11. Demonstre que a área de um círculo de raio R é πR^2 usando aproximação por polígonos regulares inscritos no círculo.

Exercício 12. Determine os seguintes limites

$$(i) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{|x - 1|} \quad (ii) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{1}{|x + 2|} + x^2 \quad (iii) \lim_{x \rightarrow 3^-} x^2 \frac{|x - 3|}{x - 3}$$

Exercício 13. Considere a função

$$f(x) = \begin{cases} \text{sen}(\pi x) & x < 1 \\ 2x^2 & x > 1 \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} x^2 & x < -2 \\ \frac{x + 6}{x^2 - x} & -1 < x < 2 \\ 3x - 2 & x \geq 2 \end{cases}$$

Determine (caso existam)

1. $f(1)$
2. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$
3. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$
4. $g(-3/2)$
5. $g(2)$
6. $g(3/2)$
7. $\lim_{x \rightarrow -2} g(x)$
8. $\lim_{x \rightarrow -1^+} g(x)$
9. $\lim_{x \rightarrow 2} g(x)$
10. $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$

Exercício 14. Dadas as funções abaixo determine: o domínio, assíntotas verticais, assíntotas horizontais.

1. $f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - x + 6}$
2. $f(x) = \frac{2x^2}{x^2 - 1}$
3. $f(x) = \frac{3}{x - 2}$
4. $f(x) = \frac{2x - 1}{x}$
5. $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x + 3}$
6. $f(x) = \frac{x^2 - x}{x + 1}$
7. $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x^2 - 2x - 3}$
8. $f(x) = \frac{4x^3 + x}{x^3 - 1}$

Exercício 15. Sejam $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ duas funções tais que $|f(x)| \leq g(x)$ para todo $x \in \mathbb{R}$. Suponha ainda que onde g é uma função positiva, isto é, $g(x) > 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

Determine $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x)}$