

## Cálculo IV

### Lista: sequências e séries

**Exercício 1.** Para cada uma das séries abaixo determine se converge ou diverge e justifique

1.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{n^5 + 3}$$

3.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$$

2.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{4^n + 4}$$

4.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!(n+1)!}{3n!}$$

**Exercício 2.** Para quais valores de  $p$  a série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^p}{2 + n^3}$$

converge?

**Exercício 3.** Determine o valor da série:

1.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 + 2^n}{3^{n-1}}$$

2.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{n(n+2)}$$

**Exercício 4.** Determine o raio e intervalo de convergência das séries:

1.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^3 x^{3n}}{n^4 + 1}$$

2.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^4}{n4^n}$$

**Exercício 5.** Mostre que a função

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$$

é uma solução da equação diferencial  $y' = y$ . Demonstre que  $f(x) = e^x$

**Exercício 6.** Encontre uma representação em série de potências para a função e determine o raio de convergência.

1.  $f(x) = 1/(1-x)$

4.  $f(x) = 1/(1-x)^2$

2.  $f(x) = 1/1+x^2$

5.  $f(x) = \ln(1-x)$

3.  $f(x) = x^3/(x+2)$

6.  $f(x) = x^2/(1-2x)^2$

**Exercício 7.** Calcule a integral indefinida como série de potências e determine seu raio de convergência.

1.

$$\int \frac{1}{1-x^8} dx$$

2.

$$\int \frac{\ln(1-x)}{x} dx$$

**Exercício 8.** Encontre a série de Maclaurin<sup>1</sup> das seguintes funções e seus raios de convergência:

1.  $f(x) = \text{sen}(x)$

4.  $f(x) = e^x - 2e^{-x}$

2.  $f(x) = \text{cos}(x)$

5.  $f(x) = 1/(1-x)^2$

3.  $f(x) = x\text{cos}(x)$

6.  $f(x) = \ln(1+x)$

**Exercício 9.** Encontre a série de Maclaurin das funções abaixo e demonstre que ela representa as funções

1.  $f(x) = e^x$

2.  $f(x) = \text{sen}(x)$

**Exercício 10.** Encontre a série de Taylor de  $f(x)$  centrada no valor dado de  $a$ .

1.  $f(x) = 1+x+x^2, a=2$

4.  $f(x) = 1/x, a=-3$

2.  $f(x) = x^3, a=-1$

5.  $f(x) = \text{sen}(x), a=\pi/2$

3.  $f(x) = e^x, a=3$

6.  $f(x) = \text{cos}(x), a=\pi$

**Exercício 11.** Seja

$$f(x) = \sum_{n=-1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}$$

Encontre os intervalos de convergência para  $f, f'$  e  $f''$ .

---

<sup>1</sup>relembre: série de Maclaurin = série de Taylor centrada em  $a=0$